MATURA PODSTAWOWA MAJ 2025

FORMUŁA 2015

CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

PESEL

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **E-100**.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny *Formuła 2015*

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Symbol arkusza
EMAP-P0-100-2505

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

☐ Uprawnienie zdającego do dostosowania w związku z dyskalkulią.

DATA: **6 maja 2025 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **170 minut**

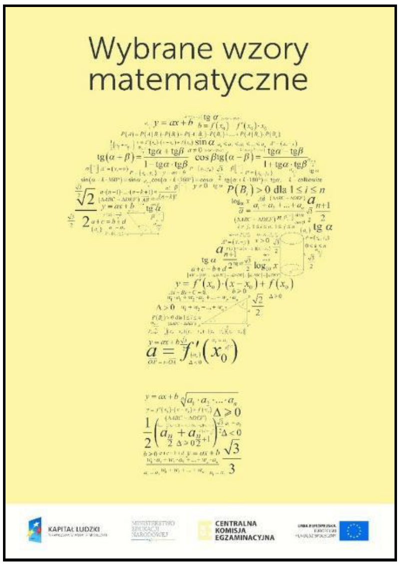
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 33 strony (zadania 1–34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (26–34) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
10. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz z kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



W każdym z zadań od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Dodatnia liczba a stanowi 80% liczby b.

Liczba b stanowi

A. 125% liczby a.

B. 25% liczby a.

C. 20% liczby a.

D. $12{,}5\%$ liczby a.

Dane:
$a > 0$
$a = 80\% b$
(1) $b = x\% a$

Szukane:
$x\% = ?$

(1) $b = x\% \cdot 80\% b$
$b = x\% \cdot 0{,}8 b \quad /:(0{,}8 b)$
$\frac{1}{0{,}8} = x\%$
$x\% = 1 : \frac{8}{10} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1{,}25 \cdot 100\%$
$x\% = 125\%$

Zadanie 2. (0–1) PATRZ Zad. 1. FORMUŁA 2023

Liczba $\left(\sqrt{32} - \sqrt{2}\right)^2$ jest równa

A. 16 **B.** 18 **C.** 30 **D.** 34

Zadanie 3. (0–1) PATRZ Zad. 2. FORMUŁA 2023

Liczba $\frac{5^{12} + 5^{13} + 5^{14}}{5^{12}}$ jest równa

A. 30 **B.** 31 **C.** 5^{12} **D.** 5^{27}

Zadanie 4. (0–1) PATRZ Zad. 3 FORMUŁA 2023

Liczba $\log_3 108 - 2\log_3 2$ jest równa

A. 3 **B.** 9 **C.** $\log_3 104$ **D.** $2\log_3 54$

Zadanie 5. (0–1) PATRZ Zad. 4 FORMUŁA 2023

Dla każdej liczby rzeczywistej x wartość wyrażenia $(3x+2)^2-(2x-3)^2$ jest równa wartości wyrażenia

A. $5x^2-5$

B. $5x^2+13$

C. $5x^2+24x-5$

D. $5x^2+24x-13$

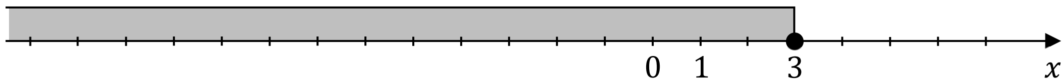
Zadanie 6. (0–1) PATRZ Zad. 6 FORMUŁA 2023

Dana jest nierówność

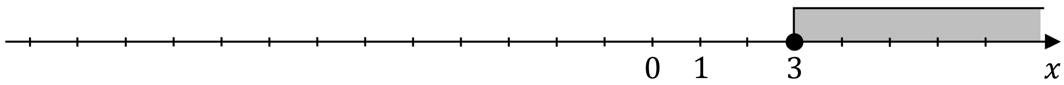
$$3-2(1-2x)\geq 2x-17$$

Wybierz rysunek, na którym poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających powyższą nierówność.

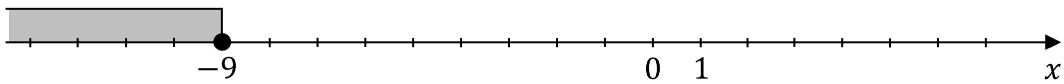
A.



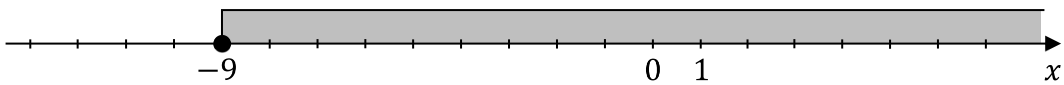
B.



C.



D.



Zadanie 7. (0–1) PATRZ Zad. 7. FORMUŁA 2023

Równanie $2x(x+3)(x^2+25)=0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

A. dwa rozwiązania: (-3) oraz 0.

B. dwa rozwiązania: (-3) oraz 2.

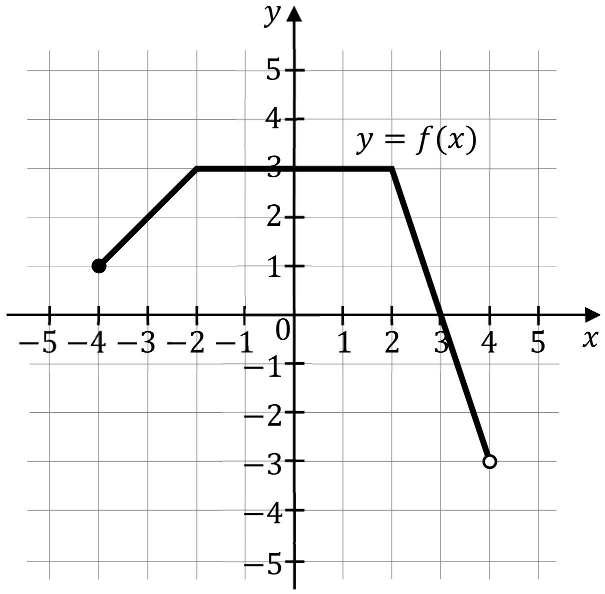
C. trzy rozwiązania: (-5), (-3) oraz 0.

D. cztery rozwiązania: (-5), (-3), 0 oraz 5.

PATRZ Zad. 11. FORMUŁA 2023

Informacja do zadań 8.–9.

Na rysunku, w układzie współrzędnych (x, y), przedstawiono wykres funkcji f.



Zadanie 8. (0–1)

Dziedziną funkcji f jest przedział

A. $(-4, 4\rangle$ **B.** $\langle -4, 4)$ **C.** $\langle -3, 3)$ **D.** $(-3, 3\rangle$

Zadanie 9. (0–1)

Funkcja f jest rosnąca w przedziale

A. $\langle -4, -2\rangle$ **B.** $\langle 1, 3\rangle$ **C.** $\langle 2, 4\rangle$ **D.** $(-3, 3\rangle$

Zadanie 10. (0–1) PATRZ Zad. 13 FORMUŁA 2023

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = (3 - m)x - 4$.

Funkcja f nie ma miejsca zerowego dla m równego

A. (-3) **B.** 0 **C.** 3 **D.** 4

Zadanie 11. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (n + 3)(n - 5)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Liczba wszystkich ujemnych wyrazów tego ciągu jest równa

$a_n < 0 \Rightarrow (n+3)(n-5) < 0$

A. 4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7

$n \in (-3; 5) \wedge n \in N^+$

$n \in \{1; 2; 3; 4\}$

Zadanie 12. (0–1) PATRZ Zad. 16 FORMUŁA 2023

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_1 = 27$ oraz $a_2 = 9$.

Czwarty wyraz ciągu (a_n) jest równy

A. $\frac{1}{3}$ **B.** 1 **C.** 3 **D.** 729

Zadanie 13. (0–1) PATRZ Zad. 17. FORMUŁA 2023

Kąt α jest ostry i spełnia warunek $\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,\alpha = 2\sin\alpha$.

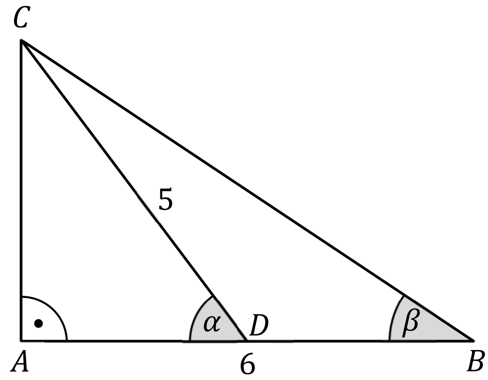
Cosinus kąta α jest równy

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$

PATRZ Zad. 18. FORMUŁA 2023

Informacja do zadań 14.–15.

Dany jest trójkąt prostokątny ABC, w którym bok BC jest przeciwprostokątną, punkt D jest środkiem przyprostokątnej AB oraz $|AB| = 6$ i $|CD| = 5$. Oznaczmy kąt ADC przez α, natomiast kąt ABC – przez β (zobacz rysunek).



Zadanie 14. (0–1)

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{4}{3}$

Zadanie 15. (0–1)

Sinus kąta β jest równy

A. $\frac{2}{\sqrt{13}}$

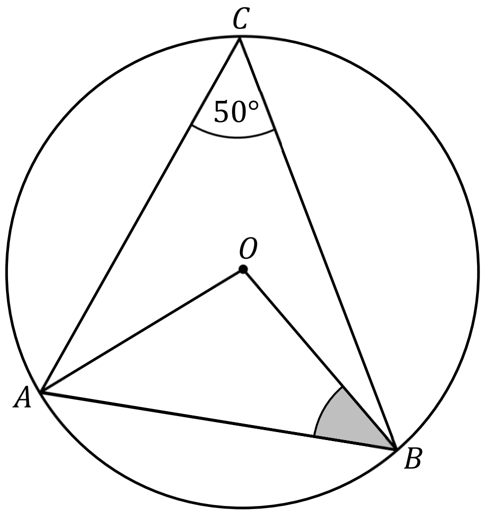
B. $\frac{3}{\sqrt{13}}$

C. $\frac{5}{2\sqrt{13}}$

D. $\frac{4}{5}$

Zadanie 16. (0–1) PATRZ Zad. 19 FORMUŁA 2023

Punkty A, B oraz C leżą na okręgu o środku w punkcie O.
Miara kąta BCA jest równa $50°$ (zobacz rysunek).

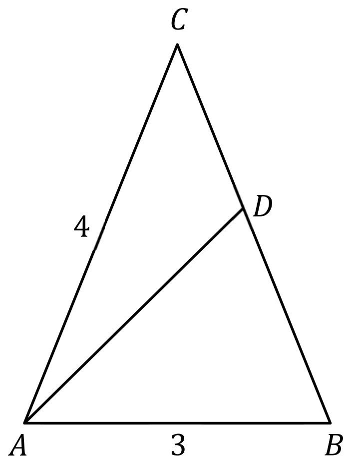


Miara kąta ostrego ABO jest równa

A. $20°$ **B.** $35°$ **C.** $40°$ **D.** $50°$

Zadanie 17. (0–1) PATRZ Zad. 20. FORMUŁA 2023

W trójkącie równoramiennym ABC dane są: $|AC| = |BC| = 4$ i $|AB| = 3$.
Na boku BC, między punktami B i C, wybrano taki punkt D, że trójkąty ABC i BDA są podobne (zobacz rysunek).



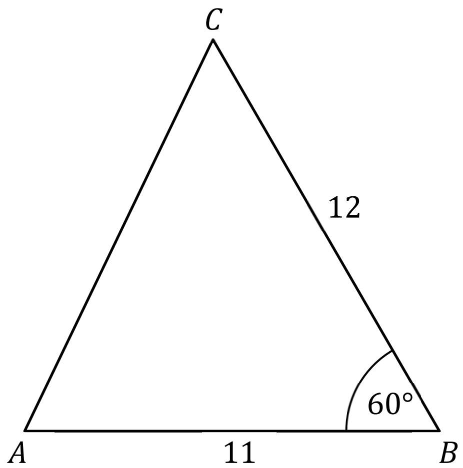
Odcinek BD ma długość

A. 2 **B.** 2,25 **C.** 2,5 **D.** 3

≈

Zadanie 18. (0–1) PATRZ Zad. 21. FORMUŁA 2023

Dany jest trójkąt ABC, w którym $|AB| = 11$, $|BC| = 12$ oraz $|\sphericalangle ABC| = 60°$ (zobacz rysunek).



Pole trójkąta ABC jest równe

A. 33 **B.** $33\sqrt{3}$ **C.** 66 **D.** $66\sqrt{3}$

Zadanie 19. (0–1) PATRZ Zad. 23. FORMUŁA 2023

W układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami

$$k\colon \quad y = (m-2)x + 5$$

$$l\colon \quad y = -4x + (m+3)$$

Proste k oraz l są równoległe, gdy liczba m jest równa

A. (-4) **B.** (-2) **C.** 2 **D.** 5

Zadanie 20. (0–1) PATRZ Zad. 22. FORMUŁA 2023

W układzie współrzędnych (x, y) dany jest kwadrat $ABCD$, w którym $A = (4, -1)$. Przekątne tego kwadratu przecinają się w punkcie $S = (1, 3)$.

Przekątna kwadratu $ABCD$ ma długość

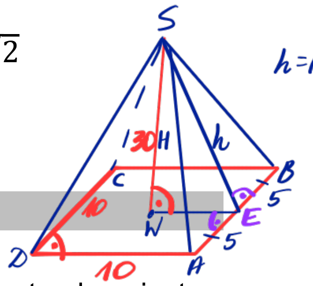
A. 5 **B.** 7 **C.** 10 **D.** 14

Zadanie 21. (0–1) PATRZ Zad. 26 FORMUŁA 2023

Objętość sześcianu jest równa 729.

Długość przekątnej tego sześcianu jest równa

A. $9\sqrt{3}$ **B.** $9\sqrt{2}$ **C.** $3\sqrt{3}$ **D.** $3\sqrt{2}$



$h = |SE| = ?$

Zadanie 22. (0–1)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDS$ o podstawie $ABCD$. Długość krawędzi podstawy tego ostrosłupa jest równa 10. Wysokość tego ostrosłupa jest trzy razy dłuższa od krawędzi podstawy.

① $H = 3a = 3 \cdot 10 = 30$ ② ΔWES: $h^2 = |WE|^2 + H^2 = 5^2 + 30^2$
$h^2 = 925 \rightarrow h = 5\sqrt{37}$

Wysokość ściany bocznej poprowadzona z wierzchołka S do krawędzi podstawy AB tego ostrosłupa jest równa

A. $5\sqrt{10}$ **B.** $5\sqrt{35}$ **C.** $5\sqrt{37}$ **D.** $10\sqrt{2}$

Zadanie 23. (0–1) PATRZ Zad. 27. FORMUŁA 2023

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych nieparzystych, w których zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jeden raz cyfra 0, jest

A. 45 **B.** 50 **C.** 54 **D.** 81

Zadanie 24. (0–1)

W pudełku znajdują się wyłącznie kule białe i czerwone. Kule różnią się jedynie kolorem. Stosunek liczby kul białych do liczby kul czerwonych jest równy $3 : 5$. → $3x$ – l. kul. białych
$5x$ – // – czerwonych
Z pudełka losujemy jedną kulę.

$P(A)$ → Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe

① $n = 3x + 5x = 8x$
$k = 1 \rightarrow |\Omega| = n = 8x$

A. $\frac{3}{8}$ **B.** $\frac{3}{5}$ **C.** $\frac{5}{8}$ **D.** $\frac{2}{5}$

② $|A| = 3x$
③ $P(A) = \frac{3x}{8x} = \frac{3}{8}$

Zadanie 25. (0–1) PATRZ Zad. 29. FORMUŁA 2023

Średnia arytmetyczna siedmiu liczb: $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ x,\ y,$ jest równa 3.

Suma $x + y$ jest równa

A. 4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7

Zadanie 26. (0–2) PATRZ Zad. 10 FORMUŁA 2023

Rozwiąż nierówność

$$3(2x^2 + 1) < 11x$$

$$6x^2 + 3 - 11x < 0$$

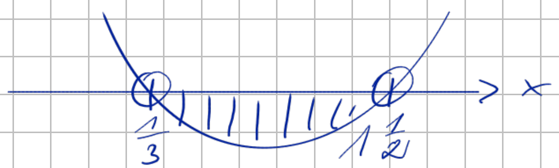
$$6x^2 - 11x + 3 < 0$$

$$\Delta = (-11)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 3 = 121 - 72 = 49$$

$$\sqrt{\Delta} = 7$$

$$x_1 = \frac{11-7}{2 \cdot 6} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{11+7}{2 \cdot 6} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$



Odp.: $x \in \left(\frac{1}{3}; 1\frac{1}{2}\right)$

Zadanie 27. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$ i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność

$$5x^2 + 2y^2 > 2xy$$

Z (założenie): $x \in \mathbb{R} - \{0\} \wedge y \in \mathbb{R}$

T (teza): $5x^2+2y^2>2xy$

D (dowód): $5x^2+2y^2>2xy$

$$\frac{9}{2}x^2+\frac{1}{2}x^2-2xy+2y^2>0$$

$$\underbrace{\underbrace{\frac{9}{2}x^2}_{\substack{>0 \\ \text{dla } x\neq 0}} + \underbrace{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}x-\sqrt{2}y\right)^2}_{\geq 0}}_{>0} > 0$$

więc: $\bigwedge\limits_{\substack{x\in\mathbb{R}-\{0\} \\ y\in\mathbb{R}}} 5x^2+2y^2>2xy$ cnd

II Metoda

$$5x^2+2y^2>2xy$$

$$4x^2+x^2-2xy+y^2+y^2>0$$

$$\underbrace{\underbrace{4x^2}_{\substack{>0 \\ \text{dla } x\neq 0}}+\underbrace{(x-y)^2}_{\geq 0}+\underbrace{y^2}_{\geq 0}}_{>0}>0$$

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	26.	27.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 28. (0–2) PATRZ Zad. 9. FORMUŁA 2023

Zarząd firmy wydzielił z budżetu kwotę $1\,200\,000$ złotych łącznie na projekty badawcze dla dwóch zespołów: A i B. W pierwszym półroczu realizacji tych projektów oba zespoły wykorzystały łącznie $146\,700$ złotych – zespół A wykorzystał 13% przyznanych mu środków, a zespół B wykorzystał 11% przyznanych mu środków.

Oblicz kwotę przyznaną zespołowi A na realizację projektu badawczego.

DANE:

- a – kwota przyznana zespołowi A
- b – " " " B

SZUKANE:

$a = ?$

(1) $a+b = 1\,200\,000$ zł

(2) $13\% a + 11\% b = 146\,700$ zł

(1) $b = 1\,200\,000 - a$

(2) $0{,}13a + 0{,}11b = 146\,700 \quad / \cdot 100$

$13a + 11b = 14\,670\,000$

$13a + 11(1\,200\,000 - a) = 14\,670\,000$

$13a + 11 \cdot 1\,200\,000 - 11a = 14\,670\,000$

$2a = 1\,470\,000 \quad /:2$

$a = 735\,000$ zł

Odp: Zespołowi A przyznano kwotę $735\,000$ zł.

Zadanie 29. (0–2) PATRZ Zad. 15. FORMUŁA 2023

Wyznacz wszystkie wartości m, dla których trzywyrazowy ciąg

Dane:

$$(a_n) = (2m+11,\ \ m^2+3,\ \ 5-m)$$

jest arytmetyczny. $\rightarrow$ $a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$ ①

$(a_n)\searrow \rightarrow r<0$

SZUKANE

$m = ?$

① $a_2 = \frac{a_1+a_3}{2} \quad /\cdot 2 \quad \wedge \quad \begin{cases} a_1 = 2m+11 \\ a_2 = m^3+3 \\ a_3 = 5-m \end{cases}$

$2\cdot(m^2+3) = 2m + 11 + 5 - m$

$2m^2 + 6 - m - 16 = 0$

$2m^2 - m - 10 = 0$

$\Delta_m = (-1)^2 - 4\cdot 2\cdot(-10) = 1 + 80 = 81 = 9^2$

$m_1 = \frac{1-9}{2\cdot 2} = \frac{-8}{4} = -2 \quad \vee \quad m_2 = \frac{1+9}{2\cdot 2} = \frac{5}{2}$

②

dla $m=-2 \rightarrow (a_n) = (7;7;7) \rightarrow$ sprzeczne z zał. $(a_n)\searrow$

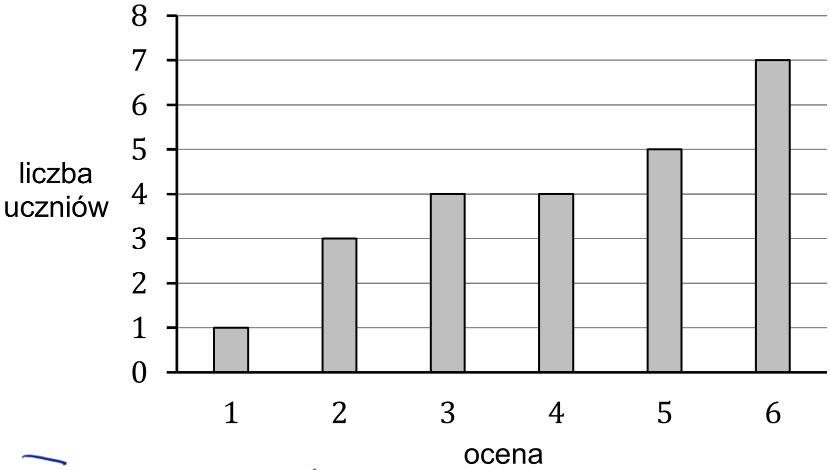
dla $m = \frac{5}{2} \rightarrow (a_n) = (16;\ 9\frac{1}{4};\ 2\frac{1}{2}) \Rightarrow (a_n)\searrow$

Odp: CIĄG (a_n) JEST ARYTMETYCZNY I MALEJĄCY DLA $m = 2\frac{1}{2}$

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	28.	29.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 30. (0–2) PATRZ Zad. 30. FORMUŁA 2023

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej liczącej 24 uczniów. Na osi poziomej podano oceny, które uzyskali uczniowie tej klasy, a na osi pionowej podano liczbę uczniów, którzy otrzymali daną ocenę.



$\bar{x}$ Me

Oblicz średnią arytmetyczną oraz medianę ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów tej klasy.

① $n = 24 \rightarrow$ liczba wszystkich uczniów w klasie

ocena	1	2	3	4	5	6	x_i
l. uczniów	1	3	4	4	5	7	n_i
SUMA	1	4	8	12	17	24 = n	

② $$\bar{x} = \frac{1 + 3\cdot 2 + 4\cdot 3 + 4\cdot 4 + 5\cdot 5 + 7\cdot 6}{24} = \frac{102}{24} = \frac{17}{4} = 4{,}25$$

③ $$Me = \frac{x_{12} + x_{13}}{2} = \frac{4+5}{2} = 4{,}5$$

II Metoda

1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, $\underset{x_{12}}{4}$, $\underset{x_{13}}{5}$, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6

$$Me = \frac{4+5}{2} = 4\frac{1}{2}$$

Odp: $\bar{x} = 4{,}25$ i $Me = 4{,}5$

Zadanie 31. (0–2)

Dane są dwa zbiory: $X = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$ oraz $Y = \{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$.
Losujemy jedną liczbę ze zbioru X, a następnie losujemy jedną liczbę ze zbioru Y i tworzymy uporządkowaną parę liczb (x, y), gdzie x jest liczbą wylosowaną ze zbioru X oraz y jest liczbą wylosowaną ze zbioru Y.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że suma $x + y$ wylosowanych liczb będzie liczbą podzielną przez 3.

DANE:

$X = \{1; 3; 5; 7; 9\} \to n_1 = 5$

(1) $Y = \{2; 4; 6; 8\} \to n_2 = 4$ $\quad \wedge \ \underbrace{k=2}$

$\Omega = \{(x; y): x \in X \wedge y \in Y\}$

A – SUMA $x+y = 3a \wedge a \in N$

SZUKANE

$P(A) = ?$

(1) $\overline{\overline{\Omega}} = \underbrace{5}_{n_1} \cdot \underbrace{4}_{n_2} = 20$

(2) $A = \{(1;2); (1;8); (3;6); (5;4); (7;2); (7;8); (9;6)\}$

$\overline{\overline{A}} = 7$

odp: $P(A) = \frac{\overline{\overline{A}}}{\overline{\overline{\Omega}}} = \frac{7}{20}$

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	30.	31.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

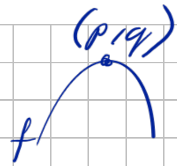
Zadanie 32. (0–4)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$.
Zbiorem wartości funkcji f jest przedział $(-\infty, 6\rangle$. Parabola, która jest wykresem funkcji f, przechodzi przez punkty $A = (-1, 3)$ i $B = (5, 3)$.

Oblicz wartość współczynnika c.

① $f(x) = ax^2 + bx + c$

$ZW_f = (-\infty; 6\rangle \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ q = 6 \end{cases}$



$c = ?$

② $\left.\begin{array}{l} A(-1;3) \in f(x) \\ B(5;3) \in f(x) \end{array}\right\}$ $y_A = y_B = 3 \Rightarrow p = \frac{x_A + x_B}{2}$

① $q = 6$ ② $p = \frac{-1+5}{2} = 2$

więc $f(x) = a(x-2)^2 + 6$

③ $f(-1) = 3 \Rightarrow a(-1-2)^2 + 6 = 3$

$9a = -3 \quad / : 9$

$\underline{a = -\frac{1}{3}}$

④ $f(x) = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + 6 = -\frac{1}{3}(x^2 - 4x + 4) + 6$

$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{4}{3} + \frac{18}{3}$

$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 1\frac{1}{3}x + \frac{14}{3}$

$\hookrightarrow c = \frac{14}{3}$

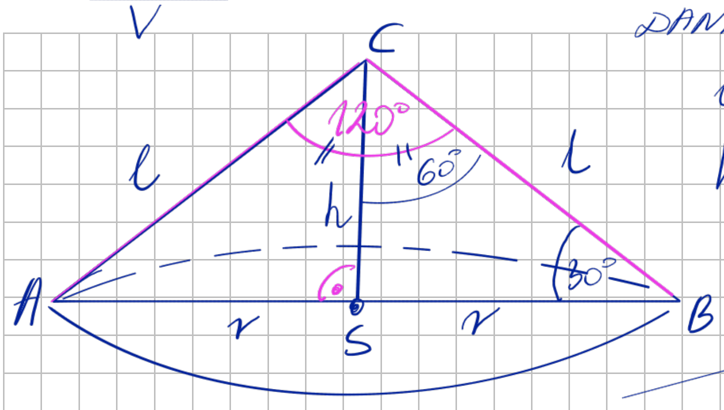
Odp: $\underline{\underline{c = 4\frac{2}{3}}}$

Zadanie 33. (0–4) PATRZ Zad. 25. FORMUŁA 2023

Tworząca stożka ma długość 8. Kąt rozwarcia tego stożka ma miarę $120°$.

Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego stożka.

V



DANE:

$l = 8$

$h = |SC|$

SZUKANE

$V = ?$

$P_c = ?$

① $\triangle SBC\ (30°, 60°, 90°) \Rightarrow l = 2h \ \wedge \ r = h\sqrt{3}$

$8 = 2h \ /:2$

$h = 4 \ \rightarrow \ r = 4\sqrt{3}$

② $V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (4\sqrt{3})^2 \cdot 4 =$

$= \frac{1}{\cancel{3}} \cdot \pi \cdot 16 \cdot \cancel{3} \cdot 4 = 64\pi$

③ $P_c = \pi r^2 + \pi r l = \pi r (r + l) =$

$= \pi \cdot 4\sqrt{3}\,(4\sqrt{3} + 8) = \pi \cdot 16\sqrt{3}\,(\sqrt{3} + 2)$

$P_c = 16\pi\,(3 + 2\sqrt{3}) = 48\pi + 32\sqrt{3}\,\pi$

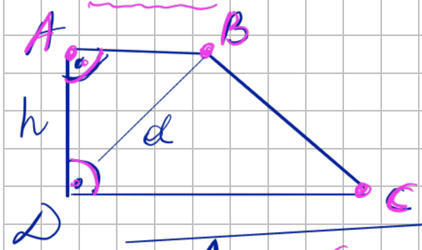
Odp: $V = 64\pi$ i $P_c = 16(3 + 2\sqrt{3})\pi$

Zadanie 34. (0–5)

W układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (-2, -1)$, $B = (0, 0)$ oraz $C = (4, 8)$ są wierzchołkami trapezu prostokątnego $ABCD$ o podstawach AB i CD. Kąt DAB jest prosty.

Oblicz współrzędne punktu D oraz długość odcinka BD.

DANE:



$A(-2;-1)$

$B(0,0)$

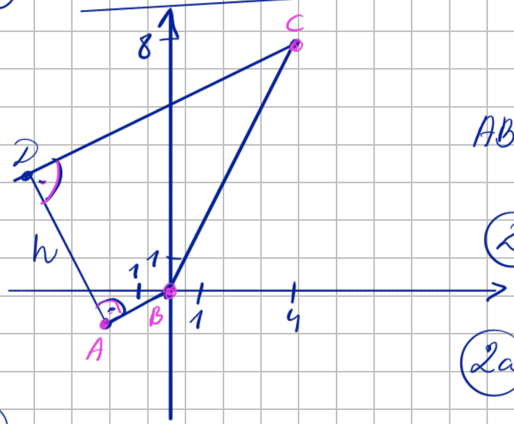
$C(4,8)$

$d = |BD|$

SZUKANE

$D(x_D, y_D) = ?$

$d = ?$



① WSPÓŁCZYNNIK KIERUNKOWY PROSTEJ PRZECHODZĄCEJ PRZEZ A i B.

$AB: \quad a_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0+1}{0+2} = \frac{1}{2}$

② $\overline{DC} \parallel \overline{AB} \Rightarrow a_{DC} = \frac{1}{2}$

$DC: \; y = \frac{1}{2}x + b$

②a $C \in DC: \quad 8 = \frac{1}{2} \cdot 4 + b$

$8 = 2 + b$

$b = 6$

pr. $DC: \; y = \frac{1}{2}x + 6 \quad / \cdot 2$

③ $\overline{AD} \perp \overline{DC}: \; a_{AD} = -2$

$AD: \; y = -2x + b_1$

③a $A \in \overline{AD}: -1 = -2 \cdot (-2) + b_1$

$b_1 = -5$

$AD: \; y = -2x - 5$

④ $D \in (\overline{DC} \cap \overline{AD})$:

$-2x - 5 = \frac{1}{2}x + 6 \quad / \cdot 2$

$-4x - 10 = x + 12$

$-5x = 22 \quad / : (-5)$

$\begin{cases} x_D = -\frac{22}{5} = -4\frac{2}{5} \\ y_D = -\frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{22}\,11}{5} + 6 = \frac{19}{5} \end{cases}$

$D\left(-4\frac{2}{5}; 3\frac{4}{5}\right)$

⑤

$d = |DB| = \sqrt{\left(0 + \frac{22}{5}\right)^2 + \left(0 - \frac{19}{5}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{484}{25} + \frac{361}{25}} = \sqrt{\frac{845}{25}}$

$d = \frac{13\sqrt{5}}{5}$

Odp: $D(-4{,}4;\, 3{,}8)$, $|DB| = \frac{13\sqrt{5}}{5}$

MATEMATYKA
Poziom podstawowy
Formuła 2015

MATEMATYKA
Poziom podstawowy
Formuła 2015

MATEMATYKA
Poziom podstawowy
Formuła 2015